



Ano/Fase : 2015 – Final
Destinatários : Alunos do 12º ano de escolaridade
Duração : 50 minutos

Teste:

- A folha de respostas não pode ser dobrada nem amachucada. Não são permitidas notas fora dos campos de resposta.
- Como ajuda apenas podem ser usadas as fórmulas matemáticas. Calculadora, telemóvel, leitor de MP3 e outros utensílios de ajuda não são permitidos.

Desejamos-te muita sorte e que continues a divertir-te

Nome: _____

Turma: _____

1 – Qual é o valor de $\lim \left(5 \cdot \ln \left(\frac{n+1}{n} \right)^n \right)$?

- (A) 1 (B) e (C) 5
 (D) e^5 (E) $+\infty$

2 – Se $5^{-x} = 3$, qual será o valor de 5^{2x} ?

- (A) $\frac{1}{9}$ (B) 6 (C) -6
 (D) 9 (E) -125

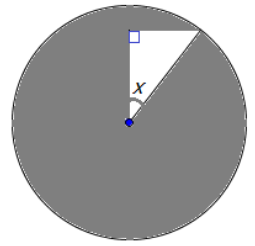
3 – U_n é a progressão geométrica de razão 3 cujo terceiro termo é 18 e V_n é a sucessão

definida por $\begin{cases} V_1 = 64 \\ V_{n+1} = V_n \times \frac{1}{2} \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}$

Os termos gerais de U_n e V_n são respetivamente:

- (A) $\frac{2}{3} \times 3^n$ e $\frac{128}{2^n}$
 (B) $3n + 9$ e $64 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
 (C) $2 \times 3^{n-1}$ e $\frac{64}{2n}$
 (D) $12 + (n - 1) \times 3$ e $128 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$
 (E) $\frac{2}{3} \times 3^n$ e $64 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$

4 – Sabendo que a área do círculo é 16π , qual é a expressão da área da região sombreada em função de x ?

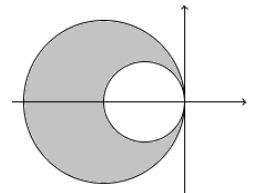


- (A) $4(4\pi - \sin(2x))$
 (B) $4(4\pi - \cos(2x))$
 (C) $16\pi - \frac{1}{2} \sin x \cdot \cos x$
 (D) $16\pi - 2$
 (E) Nenhuma das anteriores

5 – O custo total mensal (em cêntimos) gasto para produzir p dezenas de pão numa pastelaria é dado pela expressão: $C(p) = p^4 - 3p^3 - 12p^2 + 19p + 103$. Determine $C'(p)$ e o custo total mensal de 100 unidades de pão.

- (A) $4p^3 - 3p^2 - 12p + 19$; 2879
 (B) $3p^3 - 6p^2 - 12p + 19$; 2879
 (C) $p^3 - 3p^2 - 12p + 19$; 6093
 (D) $4p^3 - 9p^2 - 24p + 19$; 6093
 (E) $4p^3 - 9p^2 - 24p + 19$; 96882003

6 – Na figura estão representados o plano complexo, duas circunferências com centro no eixo real e raios 2 e 4. Qual das condições define a região sombreada na figura, incluindo a fronteira.



- (A) $|z + 1| \geq 2 \wedge |z + 2| \leq 4$
 (B) $|z + 1| \leq 2 \wedge |z + 2| \geq 4$
 (C) $|z + 1| \leq 4 \wedge |z + 2| \geq 2$
 (D) $|z + 1| \geq 4 \wedge |z + 2| \leq 2$
 (E) $|z + 1| \geq 2 \wedge |z + 2| \geq 4$

7 – Seja f uma função contínua de domínio \mathbb{R}^- . Sabe-se que:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3 \qquad \lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 0$$

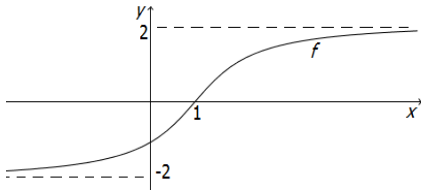
$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$$

Em qual das opções estão indicadas duas assintotas do gráfico de f ?

- (A) $x = -3; y = 0$ (B) $x = -3; y = -3x$
 (C) $x = 0; y = 3$ (D) $x = 0; y = 3x$
 (E) $x = 0; y = -3$



8 – Seja $g(x) = \ln\left(\frac{1}{2}x\right)$ e f a função representada graficamente, que admite duas assíntotas horizontais. O domínio de $(g \circ f)(x)$ encontra-se, respetivamente, em qual das seguintes opções.



- (A) $]0, +\infty[$ (B) $] -2, 2[$ (C) $]1, +\infty[$
 (D) $] -\infty, 0[$ (E) $] -\infty, 1[$

9 – Sejam A e B acontecimento possíveis num certo espaço amostral. Sabendo que $P(B|A) > 0$, a que é igual a expressão $\frac{1-P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(B|A)}$?

- (A) $P(A|B)$ (B) $P(\bar{A} \cap B)$
 (C) $P(A)$ (D) $P(A \cap \bar{B})$
 (E) $P(B)$

10 – A população P de uma certa espécie de pássaros é dada, em milhares, em função do tempo t , em séculos após o séc XII e válido até ao séc. XXI, pela função $P(t) = e^t - e^3t + 42$. Em que século a população terá estado mais próxima da extinção e qual terá sido o número de pássaros nessa altura?

- (A) séc. III, $42 - e^2$
 (B) séc. XV, $(42 - e^2) \times 10^3$
 (C) séc. XXI, $(e^9 - 9e^3 + 42) \times 10^3$
 (D) séc. XIV, $(e^2 - 2e^3 + 42) \times 10^3$
 (E) nenhuma das anteriores

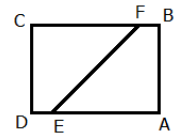
11 – Considere-se a função $f(x) = x + \text{sen}(x)$, de domínio $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$. Diga qual a opção que inclui respetivamente o intervalo onde a concavidade é voltada para baixo e um dos seus pontos de inflexão.

- (A) $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]; (\pi, \pi)$ (B) $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]; (\pi, 0)$
 (C) $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]; (0, \pi)$ (D) $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]; (0, 0)$
 (E) $[0, \pi]; (0, 0)$

12 – Quantos números diferentes maiores que 30000 e com cinco algarismos têm exatamente 2 algarismos quatro?

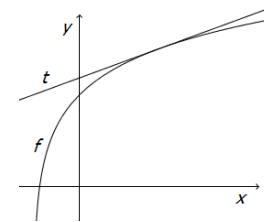
- (A) $6 \times {}^4C_2 \times 9^2 + 4 \times 9^3$ (B) $7 \times {}^4C_2 \times 9^2$
 (C) ${}^4C_2 \times {}^9A_3$ (D) $6 \times {}^4C_2 \times {}^8A_2$
 (E) $6 \times {}^4C_2 \times {}^8A_2 + 4 \times {}^9A_3$

13 – A figura representa uma folha retangular, com dimensões $\overline{AB} = 9 \text{ cm}$ e $\overline{AD} = 12 \text{ cm}$. Sabe-se que ao dobrar de modo a coincidir o vértice A com o vértice C, origina-se a dobra indicada pelo segmento $[EF]$. Qual o comprimento desse segmento $[EF]$?



- (A) 7,5 cm (B) 15 cm (C) 17,25 cm
 (D) 22,5 cm (E) 11,25 cm

14 – No referencial estão representadas a função $f(x) = 4 + \ln(x + 1)$ e a reta t tangente ao gráfico de f no ponto de ordenada 5. Qual é a ordenada na origem da reta t ?



- (A) $4 + e^{-1}$ (B) e^{-1} (C) $4 + 2e^{-1}$
 (D) $\frac{4 + \ln 6}{5 + \ln 6}$ (E) nenhuma das anteriores

15 – O complexo $z_1 = 1 - \sqrt{3}i$ é uma raiz de índice n do complexo w e o seu afixo no plano complexo é um vértice de um polígono formado por todas as raízes de índice n de w . Sabendo que o afixo de $z_2 = 2 \text{ cis } \left(\frac{11}{15}\pi\right)$ forma com o afixo de z_1 um lado do polígono, determina w .

- (A) $w = 2 \text{ cis } \left(\frac{11}{5}\pi\right)$ (B) $w = 32 \text{ cis } \left(\frac{11}{15}\pi\right)$
 (C) $w = 32 \text{ cis } \left(-\frac{\pi}{3}\right)$ (D) $w = 5 - (\sqrt{3}i)^5$
 (E) $w = 2 \text{ cis } \left(\frac{11}{3}\pi\right)$