



## 10º ano

### 1ª Fase

#### Nível 1

- Um certo triângulo tem  $24 \text{ cm}^2$  de área. Qual é a área, em  $\text{cm}^2$ , de um outro triângulo cuja base mede metade e a altura mede o triplo da do triângulo anterior?  
(A) 12                      (B) 18                      (C) 24                      (D) 36                      (E) 72
- Seja  $A$  o conjunto dos alunos do 10º A de uma escola e  $p(x)$  a condição “ $x$  gosta de matemática”. Em linguagem corrente, que opção será equivalente a  $\sim(\exists x \in A: p(x))$ ?  
(A) Não existe qualquer aluno da escola que goste de matemática.  
(B) Existe pelo menos um aluno do 10º A que não gosta de matemática.  
(C) Nenhum aluno do 10º A gosta de matemática.  
(D) É possível que haja algum aluno que não goste de matemática.  
(E) Não existem alunos do 10º A que não gostem de matemática.
- Seja  $P(x)$  um polinómio de grau 4 e  $Q(x)$  um polinómio de grau 2. Se  $\left(\frac{P(x)}{Q(x)} + P(x)\right)$  for um polinómio, qual é o seu grau?  
(A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5                      (E) 6
- Considera os conjuntos  $A = \{x \in \mathbb{R}: 0 < x \leq \pi - 2\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R}: 1 < x\}$ . Qual dos seguintes conjuntos corresponde a  $B \setminus A$ ?  
(A)  $[\pi - 2, +\infty[$                       (B)  $] -\infty, \pi - 2]$                       (C)  $]1, \pi - 2]$                       (D)  $]0, 1]$   
(E) Nenhum dos anteriores.

#### Nível 2

- Qual é o quociente da divisão do polinómio  $-x^4 + 2x^3 - 4x + 2$  por  $x^2 - 1$ ?  
(A)  $x^2 - 2x + 1$                       (B)  $-x^2 + 2x - 1$                       (C)  $-x^2 - 2x + 1$   
(D)  $x^2 - x - 1$                       (E)  $-x^2 + x + 1$



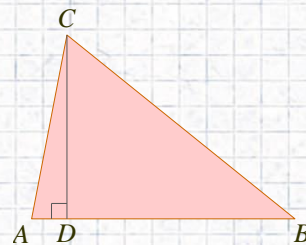


6. Considera o triângulo  $[ABC]$  representado na figura seguinte.

Sabe-se que:

- $\overline{AC} = \sqrt{2}$ ,  $\overline{AB} = 2$  e  $\overline{DB} = \sqrt{3}$ .
- $[DC]$  é a altura do triângulo relativamente ao lado  $[AB]$ .

Qual é o comprimento de  $[DC]$ ?



- (A)  $\sqrt{4\sqrt{3} + 9}$   
(B)  $\sqrt{4\sqrt{3} - 9}$   
(C)  $\sqrt{4\sqrt{3} - 5}$   
(D)  $\sqrt{4\sqrt{3} + 5}$   
(E) Nenhum dos anteriores.

7. Sabe-se que  $-1$  e  $3$  são raízes do polinómio

$$P(x) = x^3 + \sqrt{2}x^2 - 2x^2 - 2\sqrt{2}x - 3x - 3\sqrt{2}.$$

Qual é a outra raiz do polinómio  $P(x)$ ?

- (A)  $-\sqrt{2}$       (B)  $-\sqrt{3}$       (C)  $1$       (D)  $\sqrt{3}$       (E)  $\sqrt{2}$

8. Seja  $X$  um conjunto não vazio. Qual das seguintes afirmações é verdadeira, para quaisquer dois subconjuntos  $A$  e  $B$  não vazios de  $X$ ?

- (A)  $A = B$  se e somente se  $A \subset B$ .  
(B) Se  $\exists x \in X : x \in A \Rightarrow x \in B$ , então  $A \subset B$ .  
(C) Se  $A \subset B$ , então  $\exists x \in X : x \in B \Rightarrow x \in A$ .  
(D) Se  $\forall x \in X, x \in A \Rightarrow x \notin B$ , então  $A \setminus B = B$ .  
(E) Se  $A \subset B$ , então  $\forall x \in X, x \in A \wedge x \in B$ .

### Nível 3

9. Considera as seguintes proposições:

$p$ : “O polinómio  $x^2 - 2$  tem exatamente duas raízes distintas”.

$q$ : “ $-2$  é uma raiz dupla do polinómio  $x^2 - 4$ ”.

Qual das seguintes proposições é verdadeira?

- (A)  $\sim q \Rightarrow (p \Rightarrow q)$       (B)  $(\sim p \wedge q) \Leftrightarrow q$       (C)  $p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$   
(D)  $(p \wedge q) \Leftrightarrow p$       (E)  $(\sim p \wedge q) \Leftrightarrow p$



10. Considera o seguinte conjunto

$$A = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ é divisor de } 24 \text{ e } \text{mdc}(n, 4) = 1\}.$$

Qual dos seguintes conjuntos representa  $A$  em extensão?

- (A)  $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$  (B)  $\{3, 6\}$  (C)  $\{1, 3, 6\}$  (D)  $\{1, 3, 6, 24\}$   
(E) Nenhum dos anteriores.

11. Para um certo número real  $a$ , o polinómio  $P(x) = 2x^3 - ax^2 - 18x - 27$  é divisível por  $x^2 - 9$ . Qual destes valores será o valor de  $a$ ?

- (A)  $a = -3$  (B)  $a = 3$  (C)  $a = -15$  (D)  $a = 9$  (E)  $a = -9$

12. Considera a seguinte condição  $0 < x^{\frac{1}{2}} < 1$  num dado conjunto. Em qual dos conjuntos seguintes a condição é universal?

- (A)  $[0, 1[$  (B)  $]0, 1]$  (C)  $]0, \frac{3}{2}]$  (D)  $]0, \frac{1}{2}[$  (E)  $[0, 1]$

#### Nível 4

13. Qual das seguintes igualdades é falsa?

- (A)  $\sqrt[4]{9\sqrt{3}} = 3^{\frac{5}{8}}$  (B)  $\sqrt{432} = 12\sqrt{3}$  (C)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{15} + 2\sqrt{3}$   
(D)  $\frac{2\sqrt[3]{40}}{\sqrt[3]{10}} = 2^{\frac{4}{3}}$  (E)  $6\sqrt[4]{3^{-2}} = 2\sqrt{3}$

14. Qual é o valor da expressão  $(\sqrt{\sqrt{3}} \times \sqrt[4]{6} - 2\sqrt{3} \times \sqrt[4]{2}) \times \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{3}}}$ ?

- (A)  $-\sqrt[4]{\frac{3}{2}}$  (B)  $\sqrt[4]{\frac{3}{2}}$  (C)  $-\sqrt{3}$  (D)  $\sqrt{3}$   
(E)  $\sqrt[4]{\frac{3}{2}} - 2$

15. Sejam  $p$  e  $q$  duas proposições. Qual das opções contém uma proposição equivalente à expressão  $\sim p \vee [q \wedge (p \vee q)]$ ?

- (A)  $p \Rightarrow \sim q$  (B)  $\sim p \wedge q$  (C)  $q$  (D)  $p \Rightarrow q$  (E)  $p$





16. Qual é o valor da expressão  $\left(3^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} : 9^{-\frac{1}{6}}$  ?

- (A)  $3^{-\frac{2}{3}}$       (B)  $3^{\frac{2}{3}}$       (C) 0      (D) -1      (E) 1

**Nível 5**

17. Considera o polinómio  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c + 1$ ,  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

Sabe-se que:

$$P(0) = 1$$

$$P(-1) = 0.$$

Qual das opções contém uma expressão igual a  $a + b + c$ ?

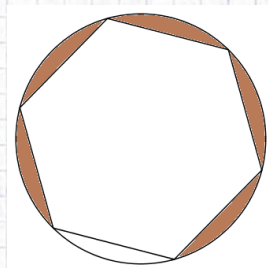
- (A) 0      (B)  $2a$       (C)  $a + c$       (D)  $2c$       (E)  $2b + 2$

18. De um cilindro sabe-se que a área da base é  $4\pi \text{ cm}^2$  e que a área total da sua superfície é  $(2\sqrt{8} + 8)\pi \text{ cm}^2$ . Qual é a altura do cilindro?

- (A)  $\sqrt{2} - 2$       (B)  $\sqrt{2}$       (C)  $\sqrt{2} + 2$       (D)  $\sqrt{2} + 1$       (E)  $2\sqrt{8}\pi$

19. Considera a circunferência de raio  $r$  e o polígono regular inscrito, representados na figura. Qual é, em função de  $r$ , a expressão que representa a área sombreada?

- (A)  $\pi r^2$   
(B)  $\pi r^2 - \frac{3\sqrt{3}}{2} r^2$   
(C)  $\frac{5}{6} r^2 \left( \pi - \frac{3\sqrt{3}}{2} \right)$   
(D)  $\frac{5}{6} \pi r^2 - \frac{5\sqrt{3}}{4} r^2$   
(E)  $\frac{3\sqrt{3}}{2} r^2$



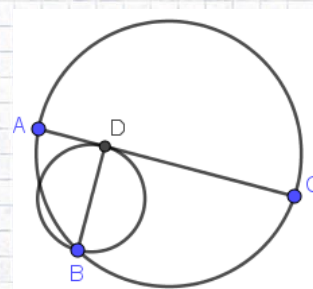




20. Na figura está representada a circunferência de diâmetro  $[AC]$ . Sabe-se que:

- $\overline{AC} = d$  unidades de comprimento, com  $d > 4$ ;
- $B$  é um ponto da circunferência tal que o ângulo  $BDC$  é reto;
- $\overline{AD} = 4$ .

Qual é a área, em função de  $d$ , do círculo de diâmetro  $[BD]$ ?



- (A)  $\frac{d^2}{4}\pi$       (B)  $(d - 4)\pi$       (C)  $\frac{d^2}{16}\pi$   
(D)  $16\pi$       (E)  $\frac{d^2}{4}\pi - 16\pi$