



**10<sup>o</sup> ano**

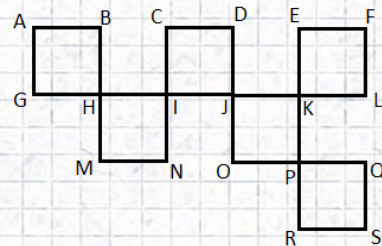
**2<sup>a</sup> Fase**

**Nível 3**

1. Relativamente à figura, que ponto se obtém como resultado do cálculo

$$I + 2\overrightarrow{EK} - \frac{1}{2}\overrightarrow{DM}?$$

- (A) Ponto E      (B) Ponto O      (C) Ponto I  
(D) Ponto L      (E) Ponto K



2. Sejam  $a$  e  $b$  números reais não nulos. Considera a seguinte expressão numérica:

$$\frac{[(a^2b^3)^2 \cdot (ab^2)^2]^{-1}}{\left(\frac{a}{b^3}\right)^{-3} \times \frac{a}{b^3} \times \left(\frac{a}{b}\right)^2}$$

Qual das seguintes expressões é uma simplificação da expressão anterior?

- (A)  $\frac{1}{(ab^3)^2}$       (B)  $ab^{-3}$       (C)  $ab^3$       (D)  $\frac{1}{ab^{-3}}$       (E)  $a^2b^6$
3. Considera os vetores  $\vec{u} = \left(\frac{3}{2}, 2\right)$  e  $\vec{v} = (2k, 1)$ , com  $k \in \mathbb{R}$ .  
Para qual dos valores seguintes de  $k$ , a norma de  $\vec{u}$  é o dobro da norma de  $\vec{v}$ ?
- (A)  $k = \frac{\sqrt{17}}{32}$       (B)  $k = \frac{\sqrt{17}}{4}$       (C)  $k = \frac{8}{3}$       (D)  $k = -\frac{8}{3}$       (E)  $k = -\frac{3}{8}$
4. Qual dos seguintes valores representa o declive da mediatriz de  $[AB]$ , sendo  $A(-1, 2)$  e  $B(3, \sqrt{2})$ ?
- (A)  $4 + 2\sqrt{2}$       (B)  $2 - 4\sqrt{2}$       (C)  $2 - 2\sqrt{2}$       (D)  $8 - 6\sqrt{2}$       (E)  $8 + 6\sqrt{2}$





5. O senhor Luís tem algumas placas de mármore retangulares para colocar no seu jardim como decoração, de modo a fazer um quadrado. Sabendo que as placas têm de dimensões  $12\text{ cm} \times 42\text{ cm}$ , quantas placas serão necessárias, no mínimo?
- (A) 2                      (B) 7                      (C) 10                      (D) 12                      (E) 14

#### Nível 4

6. Considera, num referencial  $xOy$ , a região definida por:

$$(x^2 + y^2 + 6x + 4y + 9 \leq 0 \wedge 2y \geq -x - 1 \wedge y \geq -2) \vee \\ \vee [(x - 3)^2 + (y + 2)^2 \leq 4 \wedge 2y + x \geq -1].$$

Qual é o valor da área dessa região?

- (A)  $\pi \text{ u. a.}$                       (B)  $\frac{3\pi}{2} \text{ u. a.}$                       (C)  $2\pi \text{ u. a.}$                       (D)  $3\pi \text{ u. a.}$                       (E)  $4\pi \text{ u. a.}$
7. De um polinómio  $P(x)$  sabe-se que tem grau 3,  $-1$  é uma raiz dupla,  $2$  é uma raiz simples e que o resto da divisão de  $P(x)$  por  $x + 4$  é 9. Qual das seguintes expressões pode representar  $P(x)$ ?
- (A)  $x^3 + 4x^2 - 3x + 2$                       (B)  $-\frac{9}{14}(x^3 + 4x^2 - 3x + 2)$
- (C)  $x^3 - 3x + 2$                       (D)  $-\frac{x^3}{6} + \frac{x}{2} + \frac{1}{3}$
- (E)  $\frac{1}{6}(x^3 - 3x + 2)$
8. Seja  $r$  a reta definida pela equação  $(x, y) = (1, 1) + k(2, -3), k \in \mathbb{R}$ . Qual das seguintes equações define uma reta paralela a  $r$  e que passa no ponto  $(5, 6)$ ?
- (A)  $y - 3x + 2 = 0$                       (B)  $(x, y) = (2, 3) + k(2, -3), k \in \mathbb{R}$
- (C)  $2y + 3x = 27$                       (D)  $(x, y) = (1, 3) + k(2, -3), k \in \mathbb{R}$
- (E)  $2y + 3x + 27 = 0$

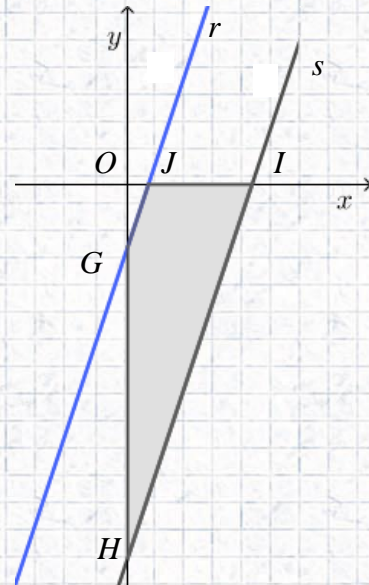




9. Na figura estão representados, num referencial o.n. do plano, o trapézio  $[GHIJ]$  e duas retas paralelas,  $r$  e  $s$ .

Sabe-se que:

- a reta  $s$  é definida pela equação  $(x, y) = (1, -3) + k(1, 3), k \in \mathbb{R}$ ;
- as retas  $r$  e  $s$  intersectam o eixo  $Ox$  nos pontos  $J$  e  $I$  e o eixo  $Oy$  nos pontos  $G$  e  $H$ , respetivamente;
- o ponto  $(0, -1)$  pertence à reta  $r$ .



Qual é o comprimento da base maior  $[HI]$  e da base menor  $[GJ]$  do trapézio  $[GHIJ]$ ?

- (A)  $\overline{HI} = 5, \overline{GJ} = \frac{5}{3}$  (B)  $\overline{HI} = \frac{5}{3}, \overline{GJ} = 5$   
 (C)  $\overline{HI} = \sqrt{40}, \overline{GJ} = \frac{\sqrt{10}}{9}$  (D)  $\overline{HI} = \frac{\sqrt{10}}{3}, \overline{GJ} = 2\sqrt{10}$   
 (E)  $\overline{HI} = 2\sqrt{10}, \overline{GJ} = \frac{\sqrt{10}}{3}$

10. Considera as funções  $f$  e  $g$ , definidas em  $\mathbb{R}$  por:

$$f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6, \\ g(x) = x^2 + x - 2.$$

Qual é o conjunto solução da inequação  $f(x) < g(x)$ ?

- (A)  $]-\infty, 1[$  (B)  $]-2, 1[$  (C)  $]1, 2[$  (D)  $]-\infty, -2[ \cup ]-2, 1[$  (E)  $]2, +\infty[$

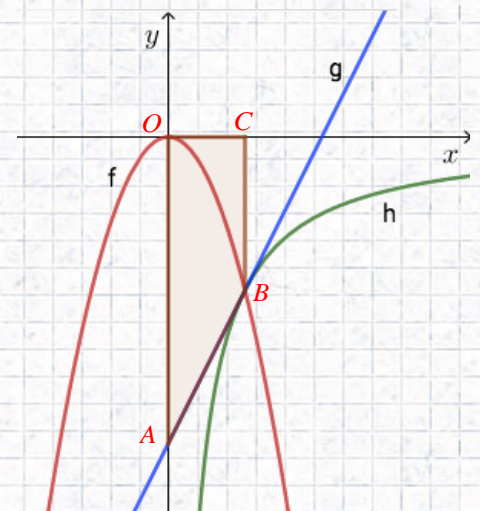
### Nível 5

11. No referencial cartesiano,  $xOy$ , da figura está representada parte dos gráficos de uma função quadrática,  $f$ , de uma função afim,  $g$ , de uma função de proporcionalidade inversa,  $h$ , e o trapézio  $[OABC]$ . (A figura não está desenhada à escala.)

Sabe-se que:

- o vértice do gráfico de  $f$  é a origem do referencial;
- o ponto  $(4, -\frac{1}{2})$  pertence ao gráfico da função  $f$ ;
- o ponto  $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$  pertence ao gráfico da função  $h$ ;
- $B$  é o ponto de interseção dos gráficos de  $f$  e  $h$ ;
- o ponto  $C$  pertence ao eixo  $Ox$  e o ponto  $A$  é a interseção do gráfico de  $g$  com o eixo  $Oy$ ;
- o gráfico da função  $g$  intersecta o eixo  $Oy$  no ponto de ordenada  $-4$  e passa no ponto  $B$ .

Qual é o valor da área do trapézio  $[OABC]$ ?



- (A)  $\frac{5}{8}$  u. a. (B)  $\frac{33}{8}$  u. a. (C)  $\frac{33}{4}$  u. a. (D)  $\frac{17}{4}$  u. a. (E)  $2$  u. a.

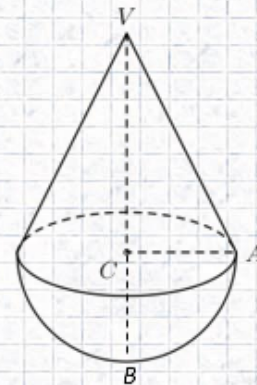




12. Na figura ao lado está representado um sólido composto por um cone de vértice  $V$  e uma semiesfera. (A figura não está desenhada à escala.)

Sabe-se que:

- a base do cone, de centro em  $C$ , coincide com a base da semiesfera;
- a área da base do cone é  $9\pi\text{cm}^2$ ;
- o ponto  $A$  pertence à circunferência que delimita a base do cone e o ponto  $B$  é a interseção da reta  $VC$  com a superfície esférica;
- o volume do cone é igual a  $\frac{2}{3}$  do volume da semiesfera;
- a amplitude do ângulo  $VCA$  é  $90^\circ$ .



Qual é a medida de  $\overline{VB}$ ?

- (A) 4 cm      (B) 6 cm      (C) 7 cm      (D) 10 cm      (E) 11 cm
13. Considera uma circunferência de centro  $O$  e um triângulo isósceles  $[ABC]$ .  
Sabe-se que:

- o triângulo  $[ABC]$  está inscrito na circunferência;
- o segmento de reta  $[AB]$  é o diâmetro da circunferência;
- os pontos  $A$  e  $B$  têm coordenadas  $(-1, 2)$  e  $(3, -2)$ , respetivamente.

Qual dos valores seguintes representa a área do triângulo  $[ABC]$ ?

- (A) 4 u. a.      (B)  $4\sqrt{2}$  u. a.      (C) 16 u. a.      (D)  $2\sqrt{2}$  u. a.      (E) 8 u. a.
14. Considera os pontos  $A(-2, -1)$  e  $B(1, 2)$ .  
Qual pode ser a equação reduzida da circunferência de diâmetro  $[AC]$  sabendo que o ponto  $C$  pertence à mediatriz de  $[AB]$  e a norma do vetor  $\overrightarrow{CB}$  é 3?

- (A)  $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 1)^2 = \frac{9}{4}$       (B)  $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = \frac{3}{2}$   
(C)  $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = \frac{9}{4}$       (D)  $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 9$   
(E)  $(x - 2)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 9$

15. Qual é a área da região definida pela condição

$$x^2 + (y - 2)^2 \leq 16 \wedge 3y + \sqrt{3}x \leq 6 \wedge x \geq 0?$$

Sugestão: Começa por calcular o comprimento dos lados do triângulo definido por  $(0, 2)$ ,  $(0, -2)$  e  $(\sqrt{12}, 0)$ .

- (A)  $\frac{16\pi}{3}$  u. a.      (B)  $\frac{16^2\pi}{6}$  u. a.      (C)  $\frac{8\pi}{3}$  u. a.      (D)  $8\pi$  u. a.      (E)  $16\pi$  u. a.