

10º ano

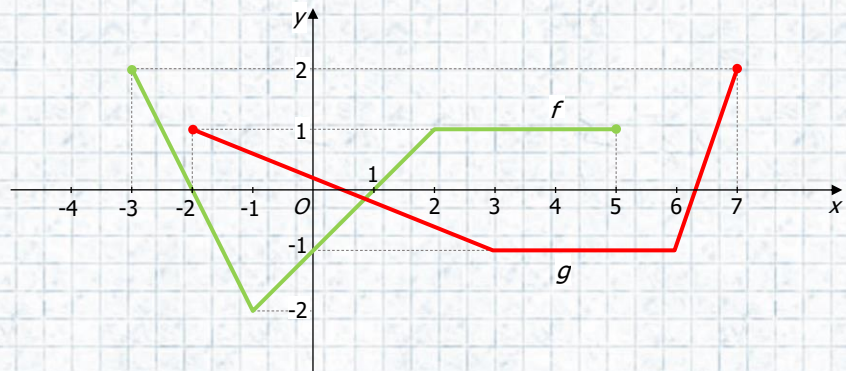
2ª Fase

Nível 3

1. Sejam f e g as funções definidas por $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 + 2$ e $g(x) = (x-1)^2$, respetivamente. O gráfico cartesiano da função f pode ser obtido a partir do gráfico cartesiano da função g através de uma:
- (A) dilatação vertical seguida de uma translação horizontal de 2 unidades no sentido positivo do eixo Ox .
- (B) dilatação vertical seguida de uma translação vertical de 2 unidades no sentido positivo do eixo Oy .
- (C) contração vertical seguida de uma translação segundo o vetor $(2,0)$.
- (D) contração vertical seguida de uma translação segundo o vetor $(0,-2)$.
- (E) contração vertical seguida de uma translação segundo o vetor $(0,2)$.

2. Considere as funções f e g representadas no gráfico ao lado. A que conjunto corresponde $D_f \cap D_g$?

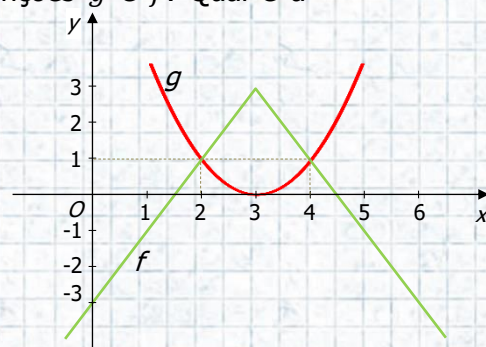
- (A) $[-3, -2] \cup [5, 7]$
- (B) $[-2, 5]$
- (C) $[-3, 7]$
- (D) $[5, 7]$
- (E) $\left\{ \frac{3}{4} \right\}$



3. Considere a circunferência definida por $x^2 + 4x + y^2 - 2y - 1 = 0$. Qual a condição que define a região limitada do plano definida pelas retas tangentes à circunferência e paralelas aos eixos coordenados, com exclusão da fronteira?
- (A) Não é possível determinar.
- (B) $x < -8 \wedge x > 4 \wedge y > 7 \wedge y < -5$
- (C) $x > -8 \wedge x < 4 \wedge y < 7 \wedge y > -5$
- (D) $x > -2 - \sqrt{6} \wedge x < -2 + \sqrt{6} \wedge y < 1 + \sqrt{6} \wedge y > 1 - \sqrt{6}$
- (E) $x > 1 - \sqrt{6} \wedge x < 1 + \sqrt{6} \wedge y < -2 + \sqrt{6} \wedge y > -2 - \sqrt{6}$

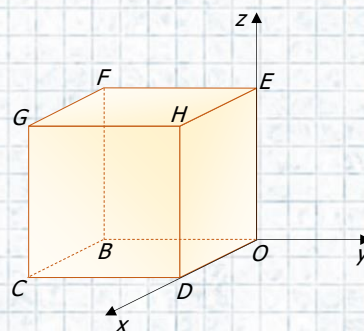
4. Observe no referencial da figura, os gráficos das funções g e f . Qual é a solução da inequação $f(x) < g(x)$?

- (A) $x \in]2,4[$
- (B) $x \in]-\infty, 3[$
- (C) $x \in]3, +\infty[$
- (D) $x \in]-\infty, 2[\cup]4, +\infty[$
- (E) Nenhuma das opções anteriores.



5. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o cubo $[OBCDEFGH]$ em que $D = (3,0,0)$ e $E = (0,0,3)$. Qual é a condição que define o plano mediador do segmento de reta $[FD]$?

- (A) $y = x$
- (B) $2y - 2z + 3 = 0$
- (C) $2x + 2y - 2z = -3$
- (D) $2x + 2y - 2z - 3 = 0$
- (E) $2x - 2y - 2z = -3$



Nível 4

6. De um triângulo equilátero sabe-se que a sua altura é igual a h cm. Qual é, em função de h , o valor da sua área?

- (A) $\sqrt{2} h \text{ cm}^2$
- (B) $\frac{3h}{4} \text{ cm}^2$
- (C) $\sqrt{3} h^2 \text{ cm}^2$
- (D) $\frac{\sqrt{3}h^2}{3} \text{ cm}^2$
- (E) $2\sqrt{2}h \text{ cm}^2$

7. Sabe-se que h é uma função de domínio $] -4,6]$ e contradomínio $[-3,6[$. Qual é o domínio D e o contradomínio D' da função g definida por $g(x) = -2h(-x - 3) - 4$?

- (A) $D =] -9,7]$; $D' = [-\frac{11}{2}, -1[$
- (B) $D =] -9,7]$; $D' = [-16, -2[$
- (C) $D = [-9,1[$; $D' = [-16, 2[$
- (D) $D = [-9,1[$; $D' =] -16, 2]$
- (E) Nenhuma das opções anteriores.

8. Sejam A, B e C três pontos não colineares num referencial cartesiano do espaço. Se $\|\overrightarrow{AB}\| = 4$ e $\|\overrightarrow{AC}\| = 3$, qual é o conjunto de valores que $\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\|$ pode tomar?
- (A) $]1, 7[$ (B) $[5, 7]$ (C) $] -1, 7[$
(D) $[1, 5[$ (E) $]0, 7[$
9. De um polinómio $P(x)$ sabe-se que é do 2º grau, que $P(1) = P(-4) = 0$ e que $P(5) = -18$. Qual é o resto da divisão do polinómio $P(x)$ por $x - 6$?
- (A) 13 (B) -15 (C) -25
(D) 15 (E) -13
10. Seja $P(x) = x^3 - 3x^2 + kx + 4$, $k \in \mathbb{R}$. Tendo em conta que $P(x)$ é divisível por $x - 2$, qual dos intervalos representa a solução da inequação $P(x) < 0$?
- (A) $] -\infty, -1[$ (B) $]1, 2]$ (C) $]2, +\infty[$
(D) $] -\infty, -1[\cup]2, +\infty[$ (E) $] -\infty, 1[$

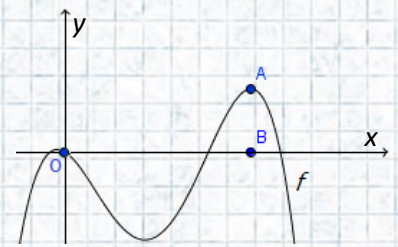
Nível 5

11. Num referencial do espaço, considere um segmento de reta $[AB]$, onde se sabe que as coordenadas do ponto A são $(-3, 4, 5)$. Sabendo que o ponto médio de $[AB]$ tem coordenadas $(3, -2, 7)$, quais são as coordenadas do ponto B' , simétrico do ponto B relativamente ao plano xOy ?
- (A) $(9, 8, -9)$
(B) $(-9, 8, -9)$
(C) $(9, -8, -9)$
(D) $(-9, 8, 9)$
(E) $(-8, -9, -8)$
12. Considere num referencial xOy os pontos $A(-1, a)$ e $B(b, -3)$, $a, b \in \mathbb{R}^+$. Sabe-se ainda que $\|\overrightarrow{AB}\| = 5\sqrt{2}$ e que o declive da reta que passa por A e por B é -1 . Quais são os valores de a e de b ?
- (A) $a = -2$ e $b = 4$
(B) $a = -1$ e $b = -4$
(C) $a = -2$ e $b = -4$
(D) $a = 2$ e $b = 4$
(E) Nenhuma das opções anteriores.

13. Considere a circunferência C_1 de equação $x^2 + y^2 - 12x + 2y = 16$ e seja C o centro dessa circunferência. Seja A o ponto pertencente ao 2º quadrante, correspondente à interseção da circunferência C_1 com a bissetriz dos quadrantes pares. Seja B a projeção ortogonal de A sobre o eixo Ox . Qual é o valor da área do triângulo $[ABC]$?

- (A) $\frac{7}{2}$
 (B) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
 (C) 8
 (D) 5,3
 (E) $1 + \sqrt{50} + \sqrt{53}$

14. Observe o referencial Oxy . O ponto O corresponde à origem do referencial, a função f atinge o seu máximo no ponto A e o ponto B representa a projeção ortogonal de A no eixo Ox . Sabe-se que o triângulo $[OAB]$ tem área igual a 12 u. a. .



Seja $g(x) = 3f(2x)$ e considere os pontos A' e B' , que estão sobre o gráfico de g nas mesmas condições que os pontos A e B estão sobre o gráfico de f , respectivamente. Qual será a área do triângulo $[OA'B']$?

- (A) 6 (B) 18 (C) 36
 (D) 60 (E) 72

15. Seja f uma função real de variável real com domínio $D_f = [-4,6]$ e contradomínio $D'_f = [-7,1]$. Sejam A e B os pontos do gráfico da função que correspondem ao seu máximo absoluto e ao seu mínimo absoluto, respectivamente. Qual dos intervalos representa os valores que a distância de A a B pode atingir?

- (A) $[0, 8]$
 (B) $]0, 10]$
 (C) $[3, 5[$
 (D) $]8, 2\sqrt{41}]$
 (E) $]8, \sqrt{164}[$