

10.º ano

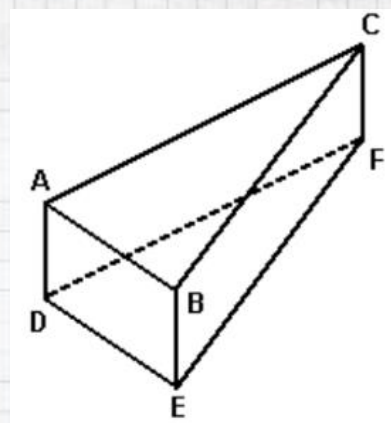
1.ª Fase (2023)

Nível 1

1. Considera o prisma triangular reto $[ABCDEF]$.

Qual é a afirmação falsa?

- (A) A reta AC é concorrente ao plano DEB .
 (B) Os planos ABC e DEF são paralelos.
 (C) Os planos ABC e DEB são perpendiculares.
 (D) As retas AB e CF são não coplanares.
 (E) As retas AB e EF são perpendiculares.



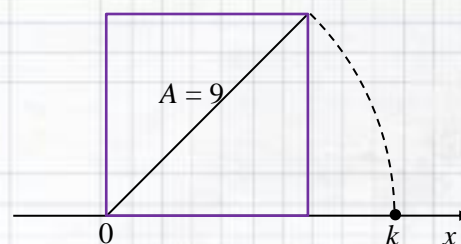
2. Considera um saco com quatro cartões indistinguíveis ao tato, numerados de 1 a 4. Extrai-se, ao acaso, dois cartões do saco. Qual é a probabilidade de serem números consecutivos?

- (A) 12,5% (B) 25% (C) 50% (D) 62,5% (E) 75%

3. Na figura, estão representados a reta real, o ponto k da reta e um quadrado de área 9.

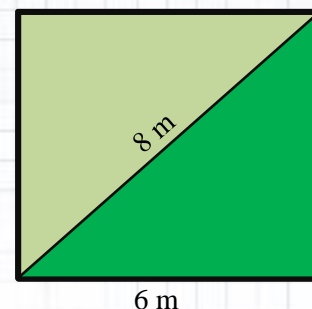
Qual é o valor de k ?

- (A) $3\sqrt{2}$ (B) $9\sqrt{2}$ (C) $\frac{9}{2}$
 (D) 4,2 (E) 4,6



4. O Jiménez tem um canteiro retangular, que dividiu a meio com uma cerca de 8 m, para poder plantar espécies diferentes de plantas em cada metade. Sabendo que um dos lados do canteiro mede 6 m, qual é, em m^2 , a sua área?

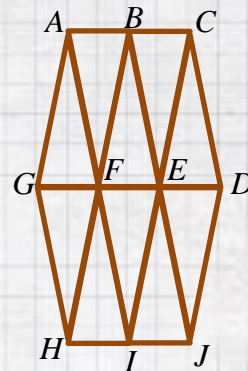
- (A) $6\sqrt{7}$ (B) $12\sqrt{7}$ (C) $18\sqrt{7}$
 (D) $14\sqrt{6}$ (E) $21\sqrt{6}$



Nível 2

5. Considera o hexágono da figura, formado por triângulos isósceles geometricamente iguais. Assim, pode concluir-se que $A + \overline{BE}$ é igual:

- (A) ao ponto F ; (B) ao ponto E ;
 (C) ao ponto I ; (D) ao vetor \overline{AF} ;
 (E) ao vetor \overline{AE} .

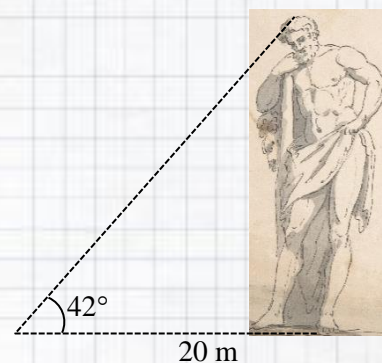


6. O volume de um cubo mede $\sqrt{27}$ cm³. Assim, a aresta do cubo mede, em cm:

- (A) $3\sqrt{27}$ (B) $\sqrt[3]{27}$ (C) $\sqrt[3]{3}$ (D) $\sqrt{3}$ (E) $\sqrt[6]{3}$

7. Considera a figura, onde uma estátua é observada a 20 metros, segundo um ângulo de amplitude 42° . Sabendo que $\sin 42^\circ \approx 0,87$, $\cos 42^\circ \approx 0,74$ e $\text{tg } 42^\circ \approx 0,9$, qual é, aproximadamente, a altura da estátua?

- (A) 12 m (B) 13 m
 (C) 15 m (D) 17 m
 (E) 18 m

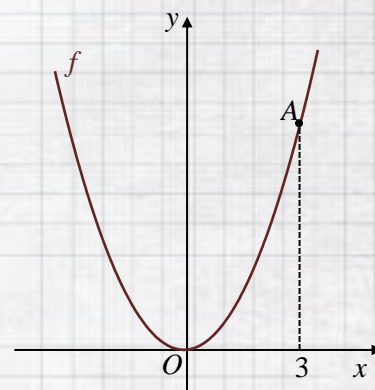


8. Iniciou-se uma reunião numa certa empresa e constatou-se que o número de mulheres era igual a um quarto do número de homens presentes. Mais tarde, compareceram à reunião mais 2 mulheres e mais 3 homens e o número de mulheres passou a ser igual a um terço do número de homens. Quantos homens e quantas mulheres, respetivamente, estiveram inicialmente na reunião?

- (A) 5 e 20 (B) 4 e 12 (C) 9 e 3 (D) 12 e 4 (E) 12 e 3

Nível 3

9. No referencial cartesiano xOy da figura, está representada parte do gráfico da função f , definida por $f(x) = \frac{2x^2}{3}$. Nessa figura está também o ponto A , de abscissa 3. Qual é a distância de A à origem do referencial?

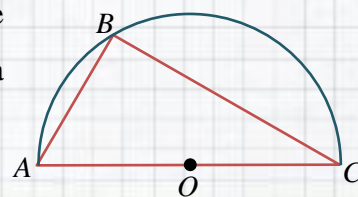


- (A) $2\sqrt{3}$ (B) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
(D) $3\sqrt{5}$ (E) $5\sqrt{5}$

10. Qual é, em \mathbb{R} , o conjunto solução da inequação $\frac{1-3x}{4} \geq 2 + \frac{x-4}{3}$?

- (A) $\left[-\frac{5}{13}, +\infty\right[$ (B) $]-\infty, -\frac{5}{13}]$ (C) $]-\infty, \frac{7}{12}]$
(D) $\left[\frac{7}{12}, +\infty\right[$ (E) $\left[-\frac{5}{13}, \frac{7}{12}\right]$

11. Considera o triângulo $[ABC]$ inscrito na semicircunferência de centro O . Tal como sugere a figura, o lado $[AC]$ é um diâmetro da semicircunferência.



Sabendo que $\widehat{BAC} = 2\widehat{ACB}$, qual é a amplitude do ângulo BAC ?

- (A) 45° (B) 50° (C) 55° (D) 60° (E) 65°

12. O domínio de uma função f é $]-\infty, \frac{3}{4}]$. Qual das seguintes expressões pode ser a de f ?

- (A) $5\sqrt{6-8x}$ (B) $-\sqrt{4x+3}$ (C) $\sqrt{1-\frac{3}{4}x}$
(D) $\frac{1}{6-8x}$ (E) $-\frac{1}{4x+3}$

Nível 4

13. Qual das seguintes condições pode definir a zona colorida no referencial o.n. xOy da figura junta?

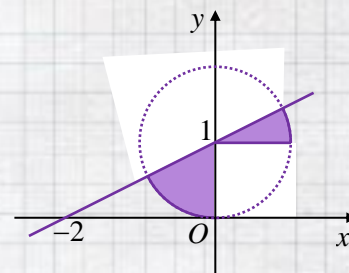
(A) $x^2 + (y-1)^2 \leq 1 \wedge y \leq 2x+1 \wedge (x \geq 0 \vee y \leq 1)$

(B) $x^2 + (y-1)^2 \leq 1 \wedge y \leq 2x+1 \wedge (x \leq 0 \vee y \geq 1)$

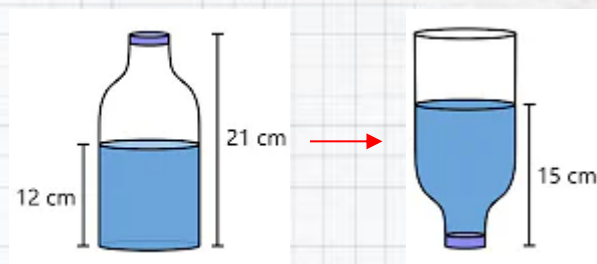
(C) $x^2 + (y-1)^2 \leq 1 \wedge y \leq \frac{1}{2}x+1 \wedge (x \leq 0 \vee y \geq 1)$

(D) $x^2 + (y-1)^2 \leq 1 \wedge y \leq \frac{1}{2}x+1 \wedge (x \geq 0 \vee y \leq 1)$

(E) $(x-1)^2 + y^2 \leq 1 \wedge y \leq \frac{1}{2}x+1 \wedge (x \leq 1 \vee y \geq 0)$

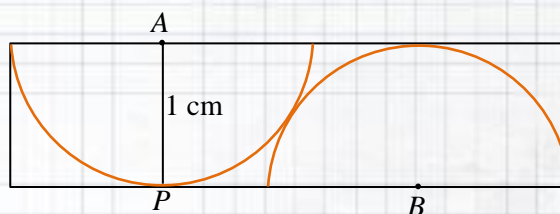


14. Pega-se numa garrafa, com 21 cm de altura, e enche-se com água até 12 cm de altura. Em seguida, vira-se a garrafa ao contrário e a altura da água passa a ser 15 cm. Que fração da garrafa está cheia com água?



(A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{2}{3}$

15. Na figura estão duas semicircunferências no interior de um retângulo. Tal como sugere essa figura, as semicircunferências são tangentes entre si e tangentes ao lado superior e inferior do retângulo.



Sabendo que o raio delas é 1 cm e que o comprimento de $[AP]$ é igual à largura do retângulo, qual é o valor de \overline{PB} ?

(A) 1,5 (B) 2 (C) $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{3}$ (E) $\sqrt{5}$

16. Considera, num referencial o.n. xOy :

- a reta r definida por $2x + 5y + 3 = 0$;
- um vetor diretor da reta r , \vec{u} , de norma $\sqrt{58}$.

Quais podem ser as coordenadas de \vec{u} ?

(A) $(5\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$

(B) $(-6\sqrt{3}, 3\sqrt{3})$

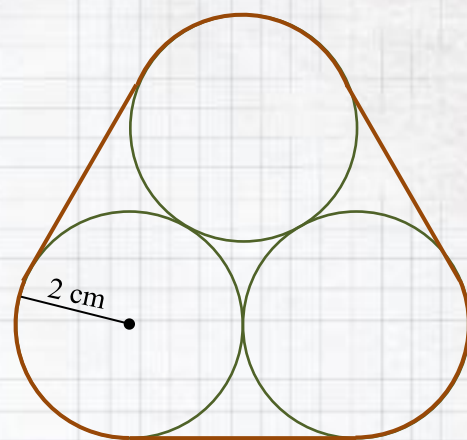
(C) $(2\sqrt{58}, 5\sqrt{58})$

(D) $(-\frac{11}{2}, \frac{\sqrt{111}}{2})$

(E) $(\sqrt{22}, -6)$

Nível 5

17. Para uma determinada promoção de pacotes de bolachas, uniram-se 3 pacotes com uma fita, tal como ilustra a figura. Os pacotes são cilíndricos e as suas bases têm raio 2 cm e são tangentes entre si. Considerando $\pi \approx 3,14$, qual é, em cm, o comprimento da fita que une os pacotes?



(A) 12,28

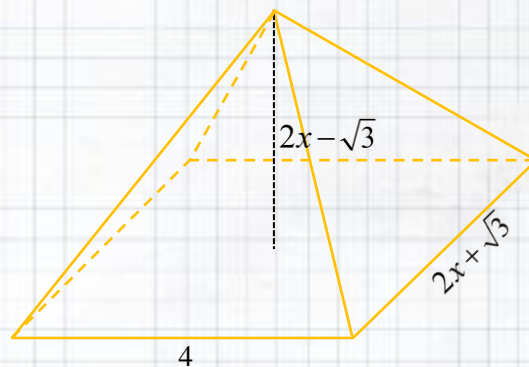
(B) 24,56

(C) 49,12

(D) 57,14

(E) 66,35

18. Considera a pirâmide quadrangular da figura. Tal como esta sugere, as dimensões da base são 4 por $2x + \sqrt{3}$ e a altura é $2x - \sqrt{3}$, sendo x um número positivo. Para que valor de x é o volume da pirâmide igual a $\frac{28}{3}$?



(A) $8 + \sqrt{6}$

(B) $\frac{3\sqrt{10}}{5}$

(C) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

(D) $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

(E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

19. Considera, num referencial o.n. $Oxyz$, a esfera de diâmetro $[AB]$, com $A(2,2,5)$ e $B(-4,2,-3)$. Dado um número real positivo k , sabe-se que o plano de equação $y = k$ intersesta essa esfera segundo um círculo de raio $\sqrt{10}$. Qual é o valor de k ?

(A) $3 + \sqrt{10}$

(B) $2 + \sqrt{15}$

(C) $\frac{\sqrt{82}}{2}$

(D) $\frac{\sqrt{111}}{3}$

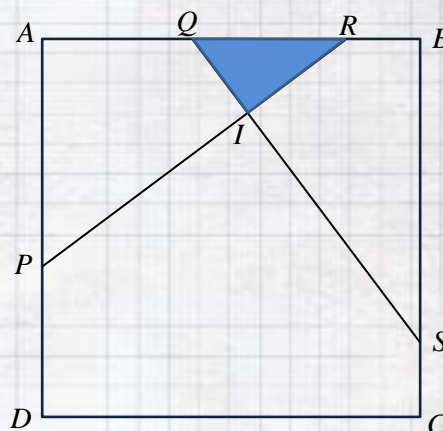
(E) $\frac{25}{4}$

20. Considera o quadrado $[ABCD]$ e os triângulos $[APR]$, $[BQS]$ e $[IQR]$ da figura. Sabe-se que:

- $\overline{AB} = 5$;
- $\overline{AP} = \overline{BQ} = 3$;
- $\overline{AR} = \overline{BS} = 4$.

Qual é a área do triângulo $[IQR]$?

- (A) $\frac{31}{36}$ (B) $\frac{27}{29}$ (C) $\frac{24}{25}$
 (D) 0,9 (E) 1,15



FIM